練習 6

解法 1：直接求める。

玉の数を仮に赤≦白≦青とすると，使う玉の数は 5 個だから，

（赤，白，青）＝（1,1,3），（1,2,2）の 2 つの場合がある。

（赤，白，青）＝（1,1,3）の場合

赤が入る箱の選び方×白が入る箱の選び方＝5×4＝20 通り

（赤，白，青）＝（1,3,1），（3,1,1）の場合についても同様に 20 通りずつあるから，

全部で 20×3＝60 通り　・・・①

（赤，白，青）＝（1,2,2）の場合

赤が入る箱の選び方×白が入る箱の選び方＝${}_5C_1 \times {}_4C_2$＝30 通り

（赤，白，青）＝（2,1,2），（2,2,1）の場合についても同様に 30 通りずつあるから，

全部で 30×3＝90 通り　・・・②

①，②より，60＋90＝150 通り

解法 2：別の状況に置き換えて解く　その 1

どの色の玉も少なくとも 1 個使って左から順に 5 個並べるときの順列の数と同じである。

5 個の 3 個が同色の場合の順列の数

（赤，白，青）＝（3,1,1），（1,3,1），（3,1,1）の場合がある。

それぞれの順列の数は$\dfrac{5!}{3!}=20$だから，全部で$3\times 20=60$

5 個の 2 個が同色の場合の順列の数

（赤，白，青）＝（2,2,1），（2,1,2），（1,2,2）の場合がある。

それぞれの順列と数は$\dfrac{5!}{2!\cdot 2!}=30$だから，全部で$3\times 30=90$

以上より，求める場合の数は$60+90=150$

解法 2：別の状況に置き換えて解く　その 2

5 人に赤色，白色，青色の部屋を空き部屋ができないよう選ばせる場合の数と同じである。

全事象：部屋の選び方の総数

各人 3 通りの部屋の選び方があるから，部屋の選び方の総数は3^5　・・・①

余事象 1：空き部屋が 1 つできる場合の数

選ぶ 2 部屋が（赤，白），（白，青，），（青，赤）の場合がある。

たとえば，（赤，白）の場合については，

各人 2 通りの選び方があるから選び方の数は2^5通りと思われるが，

これには全員赤部屋を選んだ場合と全員白部屋を選んだ場合も含まれるから，

選び方の数は2^5-2となる。

他の 2 つの場合についても同じだから，全部で$3\left(2^5-2\right)$　・・・②

余事象 2：1 部屋だけ選ばれる場合の数

　赤部屋だけ，白部屋だけ，青部屋だけの 3

以上より，求める場合の数は$3^5-\{3\times(2^5-2)+3\}=150$